



Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

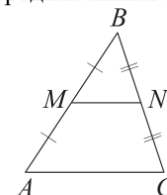
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

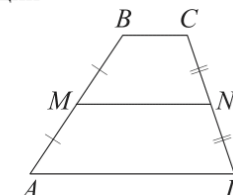
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



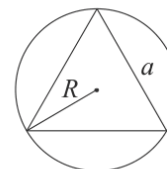
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

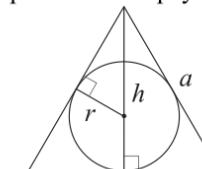
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



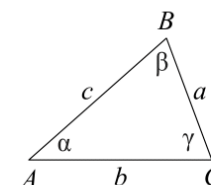
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



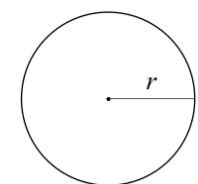
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$





Площади фигур



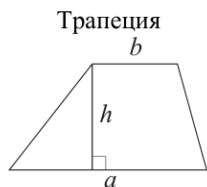
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

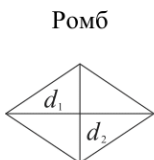


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



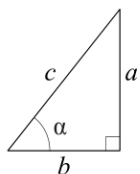
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$ Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

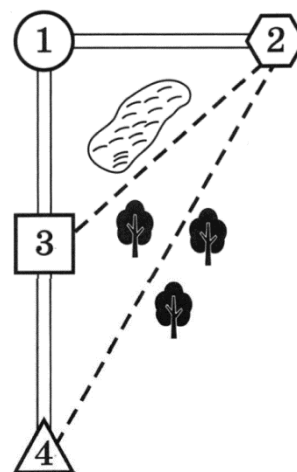
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Коля летом отдыхает у бабушки и дедушки в деревне Марьевке. Коля с дедушкой собираются съездить на велосипедах в село Сосновое на железнодорожную станцию. Из Марьевки в Сосновое можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе – через деревню Николаевку до деревни Запрудье, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Сосновое. Есть и третий маршрут: в Николаевке можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо озера прямо в Сосновое.



По шоссе Коля с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке 15 км/ч. Расстояние по шоссе от Марьевки до Николаевки равно 12 км, от Марьевки до Запрудья – 20 км, а от Запрудья до Соснового 15 км.



- 1 Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

Насел. пункты	д. Запрудье	д. Марьевка	д. Николаевка	с. Сосновое
Цифры				

- 2 На сколько процентов скорость, с которой едут Коля с дедушкой по тропинке, меньше их скорости по шоссе?

Ответ: _____.

- 3 Сколько минут затратят на дорогу Коля с дедушкой, если поедут на станцию через Запрудье?

Ответ: _____.

- 4 Найдите расстояние от д. Николаевка до с. Сосновое по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 5 Определите, на какой маршрут до станции потребуется меньше всего времени. В ответе укажите, сколько минут потратят на дорогу Коля с дедушкой, если поедут этим маршрутом.

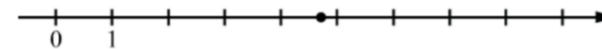
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{27}{3 \cdot 4,5}$$

Ответ: _____.

- 7 Одно из чисел $\frac{33}{7}$, $\frac{37}{7}$, $\frac{41}{7}$, $\frac{43}{7}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{33}{7}$
 2) $\frac{37}{7}$
 3) $\frac{41}{7}$
 4) $\frac{43}{7}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$6x \cdot (8x^6)^2 : (8x^4)^3$$

при $x = 60$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$(x - 5)^2 = (x - 8)^2.$$

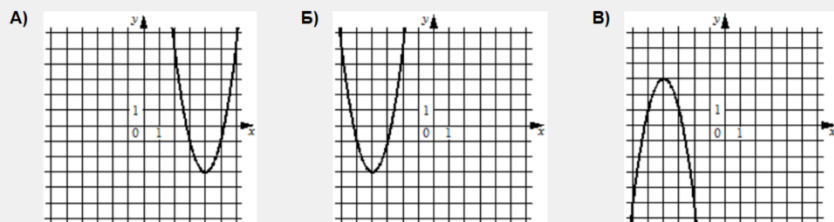
Ответ: _____.

- 10 В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x^2 - 16x + 29$ 2) $y = 2x^2 + 16x + 29$ 3) $y = -2x^2 - 16x - 29$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

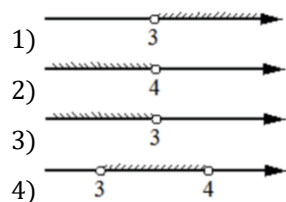
Ответ:

- 12 Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 80 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

- 13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x < 3, \\ 4 - x > 0. \end{cases}$$



Ответ:

- 14 К концу 2012 года в городе проживало 62 000 человек. Каждый год число жителей города возрастало на одну и ту же величину. В конце 2019 года в городе проживало 69 070 человек. Какова была численность населения этого города к концу 2015 года?

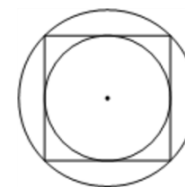
Ответ: _____.

- 15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$, $BC = 12$. Найдите AC .



Ответ: _____.

- 16 Радиус вписанной в квадрат окружности равен $6\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Ответ: _____.

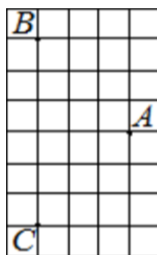
- 17 Основания трапеции равны 4 и 10, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.



- 18** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 19** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

- 21** Расстояние между пристанями A и B равно 140 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот проплыл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

- 22** Постройте график функции

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

- 23** Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

- 24** В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

- 25** Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 19$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 7.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	13 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Результаты моих учеников на ЕГЭ 2024: Елена – 100 баллов Дака – 100 баллов Сева – 100 баллов Дмитрий – 100 баллов Андрей – 100 баллов Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

