



## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

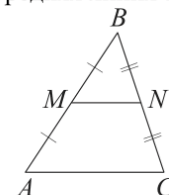
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

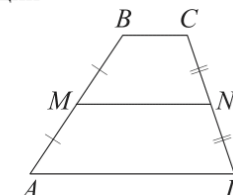
Средняя линия треугольника и трапеции



$MN$  — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



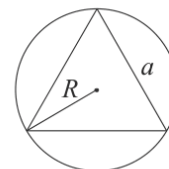
$BC \parallel AD$

$MN$  — ср. лин.

$MN \parallel AD$

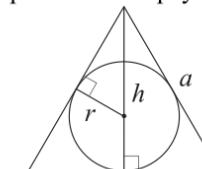
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



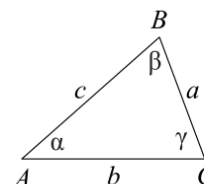
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



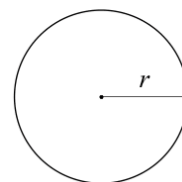
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

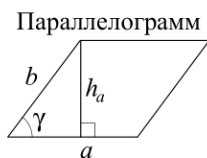
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

## Площади фигур



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

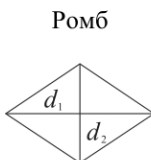


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



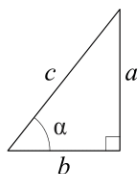
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

## Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$ Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 

Некоторые значения тригонометрических функций

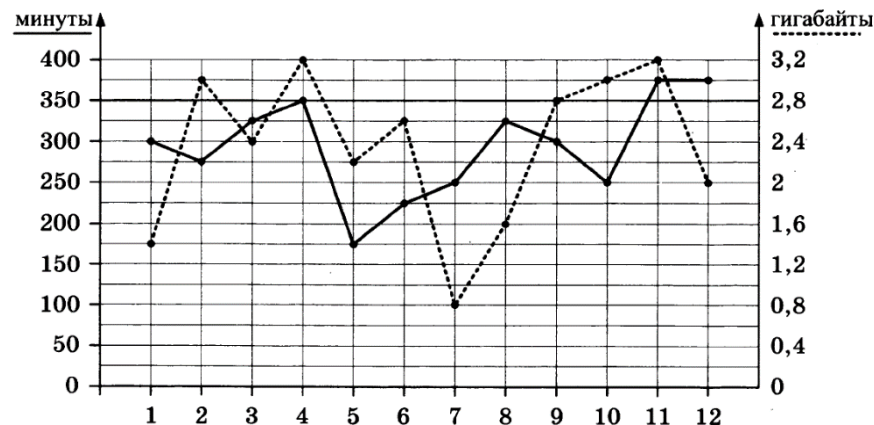
$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

## Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

## Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 400 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 350 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 2,8 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 150 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.



Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин.
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,4 Гб	90 руб. за пакет
SMS	3 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 140 SMS.

- 1 Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных минут.

Израсходованные минуты	175 мин	225 мин	275 мин	350 мин
Номера месяцев				

Заполните таблицу, в ответ запишите подряд числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

- 2 Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в ноябре?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Сколько месяцев в 2018 году абонент превышал лимит по пакету мобильного интернета?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Сколько месяцев в 2018 году абонент превышал лимит либо по пакету минут, либо по пакету мобильного интернета?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф. Его условия приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	350 руб.
в абонентскую плату ежемесячно включены:	
пакет исходящих минут	300 мин
пакет мобильного интернета	3 Гб
пакет SMS	100 SMS
после расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин
исходящие вызовы*	3 руб./мин
мобильный интернет: дополнительные пакеты по 1 Гб интернет	200 руб. за пакет
SMS	2 руб./шт.

\*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ.

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 г., если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 г., то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдёт ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2019 год.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{9,2}{0,5 - 2,8}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.



7 Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{18}{17}$  и  $\frac{17}{15}$ ?

- 1) 1
- 2) 1,1
- 3) 1,2
- 4) 1,3

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$(4b)^2 : b^5 \cdot b^3$$

при  $b = 128$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Решите уравнение

$$5x^2 + 15x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

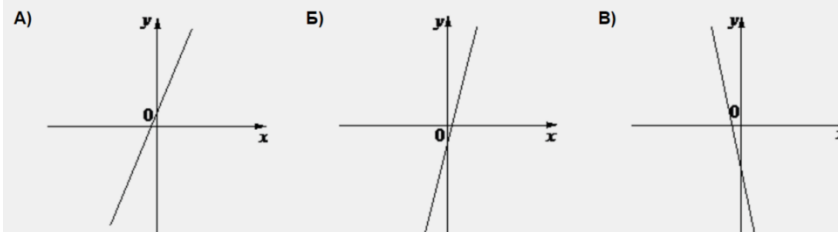
Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

**ГРАФИКИ**



**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

1)  $k > 0, b < 0$

2)  $k < 0, b < 0$

3)  $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

12 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

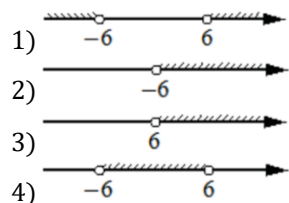
где  $d_1$  и  $d_2$  — длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_1$ , если  $d_2 = 7$ ,  $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ , а  $S = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 13 Укажите решение неравенства

$$x^2 > 36.$$

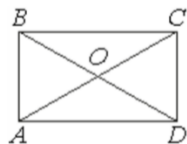


Ответ:

- 14 Врач прописал больному капли по следующей схеме: в первый день 10 капель, а в каждый следующий день – на 10 капель больше, чем в предыдущий, до тех пор, пока дневная доза не достигнет 80 капель. Такую дневную дозу (80 капель) больной ежедневно принимает три дня, а затем уменьшает приём на 10 капель в день до последнего дня, когда больной принимает последние десять капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить на весь курс, если в каждом пузырьке 5 мл лекарства, то есть 150 капель?

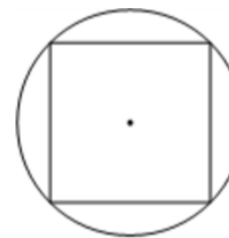
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 15 Диагонали  $AC$  и  $BD$  прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BO = 7$ ,  $AB = 6$ . Найдите  $AC$ .



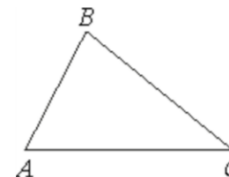
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен  $32\sqrt{2}$ . Найдите длину стороны этого квадрата.



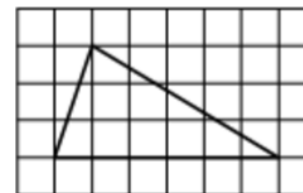
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 6$ ,  $BC = 10$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.



19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
- 3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

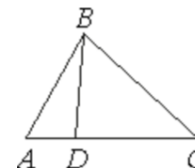
21 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - 9|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

23 На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AD = 3$ ,  $DC = 7$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 20. Найдите площадь треугольника  $BCD$ .



24 В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.

25 В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 14$ ,  $BC = 12$ .

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*





СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	13 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">Результаты моих учеников</a> на ЕГЭ 2024: <a href="#">Елена – 100 баллов</a> <a href="#">Дака – 100 баллов</a> <a href="#">Сева – 100 баллов</a> <a href="#">Дмитрий – 100 баллов</a> <a href="#">Андрей – 100 баллов</a> Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>ВК:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a>

